



๒๙๑๑๑

พัฒนศาสตร์ ประชากร



ทุเรียน ทาเจริญ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์.
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยแม่โจ้





ปี ค.ศ.1903 ดับเบิลยู แคลเทิล นักพันธุศาสตร์ชาวอเมริกันได้ค้นพบมาก่อนแล้ว แต่ในปัจจุบันความสัมพันธ์นี้รู้จักกันในชื่อกฎฮาร์ดี-ไวน์เบิร์ก (The Hardy-Weinberg principle) ที่กล่าวว่า การอพยพการผกผันทางพันธุกรรมและการคัดเลือกค่าความถี่ของอัลลีลจะยังคงเหมือนเดิม ไม่ว่าจะถ่ายทอดไปกี่รุ่นก็ตาม กฎฮาร์ดี-ไวน์เบิร์ก ได้กล่าวอีกว่าถ้าประชากร มีระบบการผสมพันธุ์แบบสุ่ม ค่าความถี่ของจีโนไทป์จะสัมพันธ์กับค่าความถี่ของอัลลีลโดยใช้สูตรการคำนวณ

$(pA+qa)^2 = p^2AA+2pqAa+q^2aa$ และค่าความถี่จีโนไทป์ที่สมดุลของยีนที่อยู่บนออโตโซมจะเกิดขึ้นเมื่อมีการผสมพันธุ์แบบสุ่ม ถ้าความถี่ของอัลลีลเริ่มต้นในเพศทั้งสองมีค่าเท่ากัน ระหว่างค่าความถี่อัลลีล กับค่าความถี่จีโนไทป์ หลักสำคัญในพันธุศาสตร์ประชากรจะรวมถึงการคำนวณความถี่ของยีนและความถี่ของจีโนไทป์ที่มีการผสมอย่างสุ่ม (random mating) และกฎของฮาร์ดีไวน์เบิร์ก (the Hardy-Weinberg law) และปัจจัยที่มีผลต่อความถี่ของยีน

ปี ค.ศ.1908 หลังจากที่มีการรื้อฟื้นกฎเกณฑ์การถ่ายทอดพันธุกรรมของเมนเดลไม่นานนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ จี.เอช.ฮาร์ดี (G.H. Hardy) และนายแพทย์ชาวเยอรมัน ชื่อ ดับเบิลยู ไวน์เบิร์ก (W. Weinberg) ได้แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่อัลลีล กับค่าความถี่จีโนไทป์ความจริงแล้วความสัมพันธ์นี้

ข้อสังเกตเกี่ยวกับพันธุศาสตร์ประชากร

กฎฮาร์ดีไวน์เบิร์กเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งต่อความเข้าใจในกรณีที่มีความถี่ของประชากรถูกควบคุม ในกฎนี้มีการยืนยันให้เห็นถึงการผสมในประชากรที่เกิดขึ้นอย่างสุ่มโดยมีการคัดเลือก การอพยพของยีนจากประชากรที่อยู่ใกล้เคียงกันหรือการกลายยีนจะมีค่าคงที่จากชั่วหนึ่งไปยังอีกชั่วหนึ่ง

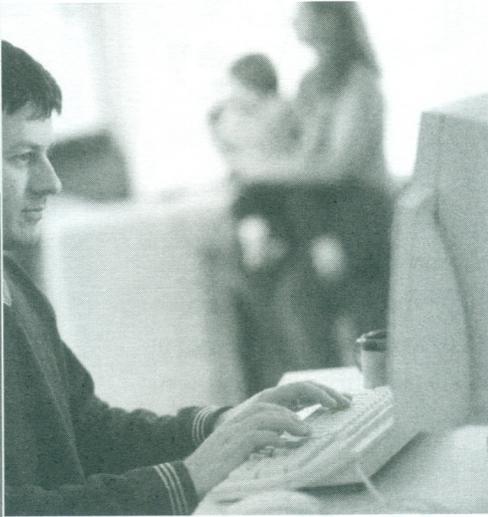
กฎของฮาร์ดีไวน์เบิร์กจะทำให้เข้าใจความถี่ของยีนได้มากที่สุด ถ้ามีการกำหนดให้ $p = f(A)$ และ $q = f(a)$ การกำหนดแบบนี้ทำให้การคำนวณง่ายขึ้น A และ a จะมีการกระจายตัวออกเป็นเซลล์สืบพันธุ์ที่เป็นแฮพลอยด์ ซึ่งจะสามารถนำมาได้เพียงชุดเดียวของยีนโดยความถี่ของอัลลีลเด่นและด้อยจะมีค่าเท่ากับ p และ q ตามลำดับ ความถี่ของอัลลีลเหล่านี้จะเกี่ยวข้องกับยีนพูล (gene pool) ของประชากร โดยยีนพูลนี้จะมีค่าเฉพาะเจาะจงของอัลลีลของจีโนไทป์นั้นๆ

การผสมแบบสุ่มจะเกิดขึ้นถ้ากามีทในยีนพูลสามารถมารวมกันแล้วทำให้เกิดความถี่จีโนไทป์ในชั่วถัดไปคือ

$$(p+q)^2 = p^2+2pq+q^2$$

โดยค่าของ p^2 $2pq$ และ q^2 จะเป็นความถี่ของจีโนไทป์ AA , Aa และ aa ตามลำดับ





ในการกระจายตัวแบบไบนอมิยัล (the binomial expansion)

โดยใช้สมการสำหรับหาความถี่ของจีโนไทป์

$$f(AA) = p^2$$

$$f(Aa) = 2pq$$

$$f(aa) = q^2$$

การกระจายแบบไบนอมิยัล จะอยู่บนรากฐานของกฎการคูณโดยเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเป็นอิสระจากกันที่จะเกิดในคอมบินเนชัน (combination) ที่จะเป็นผลจากความน่าจะเป็นหรือโอกาสเกิด (probability) ที่แยกออกจากกัน

การประยุกต์การใช้กฎของฮาร์ดีไวน์เบิร์กที่จะใช้ตารางพุนเนต (Punnett square) และการแสดงการคำนวณค่าความถี่ของอัลลีลของเพศผู้และเพศเมียที่ทำให้เกิดความถี่ของจีโนไทป์ในยีนพูล

กามีทเพศเมีย	P[f(A)]	f[(a)]
P[f(A)]	$p^2(AA)$	$pq(Aa)$
F[(a)]	$pq(Aa)$	$q^2(aa)$

จากตารางพุนเนตผลรวมของค่าในตาราง จะเป็น $p^2+2pq+q^2$ ที่ เป็นความถี่ของจีโนไทป์ AA Aa และ aa ตามลำดับ หลังจากที่มีการรวมกามีทของประชากรอย่างสุ่มที่เหมือนกันกับการกระจายตัวแบบตามกฎการคูณ ความถี่ของอัลลีลจะไม่สามารถเปลี่ยนการผสมแบบสุ่มได้ ดังนั้นการกระจายตัวของจีโนไทป์จากรุ่นหนึ่งไปยังอีกรุ่นหนึ่งถัดไป จะต้องมีการอ้างอิงถึงสมมูลของฮาร์ดีไวน์เบิร์กเสมอ G.H. Hardy Weinberg เป็นผู้ตั้งกฎสมมูลฮาร์ดีไวน์เบิร์กมีผลทำให้เกิดความกระจ่างชัดในความสัมพันธ์ของจีโนไทป์ และอัลลีลภายในชั่วและจากชั่วหนึ่งไปยังอีกชั่วหนึ่ง

จากกฎที่ว่า ไปอธิบายถึงลักษณะทางพันธุกรรมของอัลลีลในประชากรโดยจะเป็นสิ่งจำเป็นในการสันนิษฐานที่แน่นอนเกี่ยวกับธรรมชาติของยีนของแต่ละบุคคลภายในประชากร

1. ประชากรทั้งหมดต้องมีขนาดใหญ่มาก ไม่มีการจำกัดจำนวน
2. มีการผสมแบบสุ่มในทิศทาง ซึ่งแต่ละจีโนไทป์ในส่วนของโลกัสที่สนใจ จะไม่มีอิทธิพลต่อการเลือกคู่
3. ไม่มีการกลายพันธุ์ใหม่เกิดขึ้นในยีนพูล
4. ไม่มีการอพยพเข้าหรือออกของประชากร
5. ไม่มีความแตกต่างของจีโนไทป์ที่เป็นอิสระในความสามารถที่จะมีชีวิตอยู่รอด

ถึงอายุที่จะสามารถสืบพันธุ์ได้ และสามารถถ่ายทอดยีนไปยังชั่วถัดไป ประชากรที่เป็นไปตามเงื่อนไขทั้ง 5 ข้อของสมมุติฐานนี้แสดงว่าอยู่ในสมมูลของกฎสมมูลฮาร์ดีไวน์เบิร์ก

การหาความถี่ของยีน (gene frequency) บนออโตโซมแบบข่มมสมบูรณ์และข่มไม่สมบูรณ์

ความถี่ของยีน หมายถึง อัตราส่วนของจำนวนยีนในสภาพหนึ่งต่อจำนวนยีนทั้งหมดที่ตำแหน่งเดียวกันในประชากรนั้นๆ วิธีการคำนวณหาความถี่ของยีนหนึ่งๆ โดยนับจำนวนสมาชิกที่มีจีโนไทป์ต่างๆ แล้วหาอัตราส่วนของอัลลีลต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. **ในกรณีที่ทราบจีโนไทป์** ลักษณะหนึ่งถูกควบคุมโดยยีนที่ตำแหน่งหนึ่ง ซึ่งมีได้ 2 สภาพ 2 อัลลีล การทำงานของยีนเป็นแบบข่มร่วมกันหรือข่มไม่สมบูรณ์ ดังนั้นเมื่อทราบจำนวนฟีโนไทป์แบบต่างๆ จึงทราบจำนวนจีโนไทป์ด้วย ตัวอย่างลักษณะ ได้แก่ หมูเลือด MN ในคนที่มีหมู่เลือด M จะมีจีโนไทป์ $L^M L^M$ คนที่มีหมู่เลือด MN มีจีโนไทป์ $L^M L^N$ และคนที่มีหมู่เลือด N มีจีโนไทป์ $L^N L^N$

วิชาชีววิทยา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



ตัวอย่างที่ 1 ประชากรหนึ่งประกอบด้วย คนหมู่ M จำนวน 400 คน หมู่ MN 400 คน และหมู่ N 200 คน สามารถคำนวณหาความถี่ของยีนได้โดยวิธีการ ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ก) ความถี่ของ LM หรือ } f(L^M) &= \frac{2(\text{จำนวนคน M}) + (\text{จำนวนคน MN})}{2(\text{จำนวนคน M} + \text{คน MN} + \text{คน N})} \\ &= \frac{1200}{2000} = 0.6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข) ความถี่ LN หรือ } f(L^N) &= \frac{2(\text{จำนวนคน N}) + (\text{จำนวนคน MN})}{2(\text{จำนวนคน M} + \text{คน MN} + \text{คน N})} \\ &= \frac{800}{2000} = 0.4 \end{aligned}$$

$$\text{จะเห็นว่า } f(L^M) + f(L^N) = 0.6 + 0.4 = 1$$

หรืออาจใช้วิธีหาอัตราส่วนของจีโนไทป์ต่างๆ ก่อนแล้วจึงหาความถี่ของยีน โดยวิธีการดังนี้คือ

$$\text{อัตราส่วนจีโนไทป์ } L^M L^M = \frac{400}{1000} = 0.4$$

$$\text{อัตราส่วนจีโนไทป์ } L^M L^N = \frac{400}{1000} = 0.4$$

$$\text{อัตราส่วนจีโนไทป์ } L^N L^N = \frac{200}{1000} = 0.2$$

$$\text{ดังนั้น } f(L^M) = 0.4 + 0.4 = 0.6$$

$$\text{และ } f(L^N) = 0.2 + 0.4 = 0.4$$

$$\text{จะเห็นว่า } f(L^M) + f(L^N) = 0.6 + 0.4 = 1$$

2. ในกรณีที่มีการข้ามอย่างสมบูรณ์ การทำงานของยีนแบบข้ามสมบูรณ์จะไม่มีผลโดยตรงต่อความถี่ของยีน โดยยีนเด่นมีความถี่มากกว่ายีนด้อย มีผลทำให้จีโนไทป์แบบโฮโมไซกัสโดมิแนนท์ (homozygous dominant) และแบบเฮเทอโรไซกัส (heterozygous) แสดงฟีโนไทป์เหมือนกัน

ตัวอย่างที่ 2 ในประชากรของแกะฝูงหนึ่งซึ่งอยู่ในสมดุล พบว่ามีแกะขนสีดำ (bb) 36 ตัว และขนสีขาว (BB,Bb) 3,564 ตัว โดยกำหนดให้ยีนเด่น B นำลักษณะขนสีขาว ยีนด้อย b นำลักษณะขนสีดำ โดย B ข่ม b อย่างสมบูรณ์จงหาความถี่ของยีน B และ b

ถ้ากำหนด p = ความถี่ของยีน B และ q = ความถี่ของยีน b

$$\text{แกะขนสีดำจะมีจีโนไทป์ } bb \text{ มีความถี่} = \sqrt{\frac{36}{3600}} = 0.01$$

$$q = \text{ความถี่ของยีน } b = \sqrt{0.01} = 0.1$$

$$p = \text{ความถี่ของยีน } B = 1 - 0.1 = 0.9$$

$$\text{โดย } p + q = 1 \text{ ดังนั้น } p = q - 1 \text{ และ } q = \sqrt{bb}$$

การหาความถี่ของยีนที่เข้าสู่ภาวะสมดุล

ปี ค.ศ.1908 Hardy Weinberg ได้เสนอทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความถี่ของยีนในประชากรที่สภาวะสมดุล คือ กฎ Hardy-Weinberg Equilibrium Principle โดยกล่าวว่า ในประชากรที่สมดุลนั้นความถี่ของยีนและของจีโนไทป์จะคงที่จากชั่วหนึ่งไปยังอีกชั่วหนึ่ง แต่ประชากรที่จะถึงจุดสมดุลดังกล่าวจะต้องเป็น ประชากรขนาดใหญ่ มีการผสมพันธุ์กันอย่างสุ่มและไม่มีปัจจัยใดๆ มาทำให้ยีน



เปลี่ยนแปลงทั้งทางคุณภาพและจำนวน เช่น ต้องไม่มีการคัดเลือก (selection) หรือ ไม่มีการอพยพ (migration) หรือ ไม่มีการกลายยีน (mutation) เป็นต้น

ดังนั้นประชากรที่เข้าสู่ภาวะสมดุลได้ดังต่อไปนี้

สมมติว่า ประชากรหนึ่งประกอบด้วย อัลตราส่วนจีโนไทป์ 0.40TT, 0.40Tt, 0.20tt ในลักษณะการรัฐสสาร PTC ที่ได้กล่าวแล้ว ความถี่ของยีนคำนวณได้ดังนี้

$$f(T) = \frac{0.40 + 0.40}{2} = \frac{0.4 + 0.2}{2} = 0.60$$

$$\text{และ } f(t) = \frac{0.20 + 0.40}{2} = \frac{0.2 + 0.2}{2} = 0.40$$

เมื่อมีการแต่งงานอย่างสุ่มในประชากรขนาดใหญ่จะทำให้ได้ลูกตามอัตราส่วนต่างดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 การแต่งงานอย่างสุ่ม และความถี่ (โอกาส) ของการแต่งงานแต่ละแบบ

เพศผู้	0.40TT	0.40Tt	0.20tt
เพศเมีย			
0.40TT	0.16 (1)	0.16 (2)	0.08 (3)
0.40Tt	0.16 (4)	0.16 (5)	0.08 (6)
0.20tt	0.08 (7)	0.08 (8)	0.04 (9)

ตาราง 2 อัลตราส่วนจีโนไทป์ของลูกที่ได้จากการแต่งงานอย่างสุ่ม

พ่อแม่	โอกาสการแต่งงาน	ลูก		
		TT	Tt	tt
TT X TT (1)	0.16	0.16		
TT X Tt (2) + (4)	0.32	0.16	0.16	
TT X tt (3) + (7)	0.16		0.16	
Tt X Tt (5)	0.16	0.04	0.08	0.04
Tt X tt (6) + (8)	0.16		0.08	0.08
tt X tt (9)	0.04			0.04
รวม	1.00	0.36	0.48	0.16

จากตารางข้างต้นจะพบว่า การแต่งงานอย่างสุ่มในชั่วถัดไป อัลตราส่วนจีโนไทป์ของลูกได้เปลี่ยนจาก 0.40 TT, 0.40Tt, 0.20tt เป็น 0.36TT, 0.48Tt, 0.16tt แต่ความถี่ของยีนยังเท่าเดิม คือ $f(T) = 0.36 + 0.24 = 0.60$ และ $f(t) = 0.16 + 0.24 = 0.40$ ความถี่ของยีนได้ถึงภาวะสมดุลแล้ว แม้ว่า จะเกิดการให้แต่งงานอย่างสุ่มต่อไปอีกหลายชั่ว ความถี่ของยีนก็จะคงที่อีกทั้งอัตราส่วนของจีโนไทป์ก็จะคงที่ในชั่วถัดไปด้วย (ตาราง 1 และ 2)

การหาความถี่ของยีนที่เป็นมัลติเพลอัลลีล

ที่สถานะสมดุลอัตราส่วนของหมู่ B และ O รวมกัน เท่ากับ $q^2 + 2qr + r^2$
 ดังนั้น สูตร $p = 1 - \sqrt{B+O}$ หรือ $\sqrt{B+O} - \sqrt{O}$
 $q = 1 - \sqrt{A+O}$ หรือ $\sqrt{A+O} - \sqrt{O}$
 $r = \sqrt{O}$

- โดย
- O = อัตราส่วนของคนที่ไม่มีพีนไทป์เป็นหมู่เลือด O
 - A = อัตราส่วนของคนที่ไม่มีพีนไทป์เป็นหมู่เลือด A
 - B = อัตราส่วนของคนที่ไม่มีพีนไทป์เป็นหมู่เลือด B
 - p = ความถี่ของยีน IA = f(IA)
 - q = ความถี่ของยีน IB = f(IB)
 - r = ความถี่ของยีน i = f(i)

ตัวอย่างที่ 3 ในประชากรหนึ่งซึ่งอยู่ในสมมติพลเมือง 1,000 คน พบว่ามีหมู่เลือด

หมู่ A	หมู่ B	หมู่ AB	หมู่ O
110	560	80	250

จงหาความถี่ของยีน I^A, I^B, และ i

1. ความถี่ของพลเมืองที่มีหมู่เลือด O = $\sqrt{O} = \sqrt{\frac{250}{1,000}} = \sqrt{0.25}$

ความถี่ของยีน i(r) = 0.5

2. ความถี่ของยีน I^A (p) = $\sqrt{\frac{A+O}{1,000}} - \sqrt{O} = \sqrt{\frac{250+110}{1,000}} - \sqrt{\frac{250}{1,000}} = 0.1$

3. ความถี่ของยีน I^B (q) = 1 - p - r = 1 - 0.1 - 0.5 = 0.4

สรุปพันธุศาสตร์ประชากรนั้นศึกษาเกี่ยวกับการกระจายของความแตกต่างทางพันธุกรรมในประชากร และความเปลี่ยนแปลงของการกระจายนี้เมื่อเวลาผ่านไปโดยส่วนใหญ่แล้วการที่ความถี่ของอัลลีลในประชากรมีจำนวนเปลี่ยนแปลงไปนั้นเกิดจากการคัดเลือกโดยธรรมชาติ ซึ่งอัลลีลบางแบบทำให้สิ่งมีชีวิตที่มีอัลลีลนั้นมีโอกาสในการมีชีวิตรอดและสืบทอดเผ่าพันธุ์ได้มากกว่าสิ่งมีชีวิตที่มีอัลลีลอื่น นอกจากนี้ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของความถี่ของอัลลีลยังมีอีกเช่น ความไม่แน่นอนทางพันธุกรรม การคัดเลือกโดยไม่เป็นไปตามธรรมชาติ และการย้ายถิ่น



เอกสารอ้างอิง
MAEJO VISION

ทุเรียน ทาเจริญ. (2549). พันธุศาสตร์เบื้องต้น. เชียงใหม่: ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยแม่โจ้.

นลินี รุ่งเรืองศรี. (2549). พันธุศาสตร์. เชียงใหม่: ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยแม่โจ้.

ประดิษฐ์ พงศ์ทองคำ. (2547). พันธุศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาพันธุศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

Hartwell, L.H., L. Hood, M.L. Goldberg, A.E. Reynolds, L.M. Silver and R.C. Veres. (2000). Genetics : From Genes to Genomes. Boston: McGraw-Hill Companies.

